

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ В ЗАДАЧАХ СКОРОСТНОГО МАНЕВРИРОВАНИЯ

<https://doi.org/10.5281/zenodo.21811751>

Варламова Людмила Петровна

Профессор Национального Университета Узбекистана, доктор технических наук, e-mail: dimirel@gmail.com

Султанмуратов Бехзод Камоладдин угли

Студент направления «Прикладная математика» Национального Университета Узбекистана, e-mail: sultonmurodovbexzad@gmail.com

Annotatsiya

Ushbu maqolada yuqori tezlikda manevr qilish sharoitida differensial boshqaruvli mobil robotlarning harakat trayektoriyasini optimallashtirish masalasi ko'rib chiqiladi. Robotning burilishlardagi barqarorligini oshirish maqsadida klassik PID-regulyator va geometrik Pure Pursuit algoritmining samaradorligi o'zaro solishtirildi. Tadqiqot jarayonida robot kinematikasi va datchiklar kechikishini hisobga oluvchi matematik modellar ishlab chiqildi hamda dasturiy simulyatsiya yordamida tahlil qilindi. Tajriba natijalari murakkab trayektoralarda dinamik xatoliklarni minimallashtirish bo'yicha har bir algoritming xususiyatlarini aniqlash imkonini berdi.

Kalit so'zlar

Mobil robototexnika, trayektoriya, PID-regulyator, Pure Pursuit, kinematik model, dinamik xatolik.

Abstract

This paper addresses the trajectory optimization problem for differential drive mobile robots under high-speed maneuvering conditions. To improve robot stability during sharp turns, a comparative efficiency analysis was performed between a classic PID controller and the geometric Pure Pursuit algorithm. During the research, mathematical models incorporating robot kinematics and sensor latency were developed and analyzed using software simulation. Experimental results allowed identifying specific performance characteristics of each algorithm regarding dynamic error minimization on complex tracks.

Key words

Mobile robotics, trajectory, PID controller, Pure Pursuit, kinematic model, dynamic error.

Аннотация

В работе рассматривается задача оптимизации траектории движения мобильных роботов с дифференциальным приводом в условиях скоростного маневрирования. Для повышения устойчивости робота на крутых поворотах проведен сравнительный анализ эффективности классического PID-регулятора и геометрического алгоритма Pure Pursuit. В ходе исследования были построены математические модели, учитывающие кинематику платформы и задержки съема данных с датчиков, а также реализована программная симуляция систем управления. Полученные результаты экспериментов позволили выявить особенности каждого алгоритма при минимизации динамической ошибки на сложных участках трассы.

Ключевые слова

Мобильная робототехника, траектория, PID-регулятор, Pure Pursuit, кинематическая модель, динамическая ошибка.

Введение

В современной прикладной математике и теории управления задачи навигации и траекторного контроля автономных мобильных колесных роботов занимают одно из ключевых мест. С ростом скоростей движения робототехнических платформ - будь то промышленные беспилотные доставщики или спортивные болиды на таких соревнованиях, как национальный чемпионат «Robot.uz» или международный фестиваль «TeknoFest» - стандартные подходы к рулению начинают терять эффективность [1]. При входе в крутые виражи на высокой линейной скорости возникают динамические смещения, проскальзывание колес и накопление ошибок позиционирования, что приводит к сходу платформы с заданной дистанции [2].

Решение проблемы устойчивого скоростного маневрирования требует точного математического обоснования выбора управляющего алгоритма. На практике инженеры часто сталкиваются с дилеммой: использовать классические разностные методы слежения за ошибкой или применять более сложные геометрические и прогнозные модели движения [3-4]. При этом важным этапом проектирования подобных комплексов является предварительное исследование многоуровневых архитектур сбора данных и

принципов интеграции микропроцессорных систем управления, развернутых в рамках сопутствующих технических платформ [7].

В данной работе рассматривается система управления колесным роботом с дифференциальным приводом, ориентированная на минимизацию радиального и углового отклонения от центральной оси трассы в режиме реального времени [5]. Цель исследования заключается в проведении сравнительного анализа двух принципиально разных математических концепций управления - пропорционально-интегрально-дифференцирующего (PID) регулятора, работающего непосредственно с величиной текущей ошибки отклонения, и геометрического алгоритма Pure Pursuit («Чистое преследование»), строящего упреждающую дугу движения к целевой точке [6].

Для достижения поставленной цели в работе решаются задачи построения непрерывной кинематической модели двухколесного робота, математической формализации законов управления с учетом аппаратных ограничений и программной симуляции движения по сложной криволинейной траектории для фиксации динамической ошибки на предельных скоростях.

Основная часть: Математическое моделирование и методы управления

Для проведения сравнительного анализа алгоритмов необходима единая математическая модель физической платформы. Рассмотрим кинематическую модель двухколесного мобильного робота с дифференциальным приводом (Differential Drive) [4]. Обозначим вектор состояния робота в глобальной системе координат как $q = [x, y, \theta]^T$, где (x, y) - координаты центра оси между ведущими колесами, а θ - угол ориентации (курс) робота относительно оси X .

Уравнения движения (кинематика) в непрерывном времени записываются в виде системы дифференциальных уравнений [4]:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases}$$

где v - линейная скорость геометрического центра робота, а ω - его угловая скорость вращения. Линейная и угловая скорости напрямую связаны со скоростями правого (v_r) и левого (v_l) колес через колесную базу L (расстояние между точками контакта колес с поверхностью) [5]:

$$v = \frac{v_r + v_l}{2}, \quad \omega = \frac{v_r - v_l}{L}$$

1. Математическая структура PID-регулятора

При движении по трассе датчики непрерывно фиксируют величину линейного смещения робота от центра траектории, формируя ошибку $e(t)$. Управляющее воздействие для корректировки угловой скорости $\omega_{PID}(t)$ рассчитывается по классическому разностному закону [1]:

$$\omega_{PID}(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

где K_p , K_i , K_d - настраиваемые коэффициенты. В условиях скоростного маневрирования критически важна дифференциальная составляющая K_d , которая прогнозирует ошибку и гасит автоколебания системы на высокой скорости [3]. В дискретном виде для реализации на микроконтроллере (с шагом квантования времени Δt) уравнение принимает вид:

$$\omega_{PID}[n] = K_p \cdot e[n] + K_i \cdot \Delta t \sum_{k=0}^n e[k] + \frac{K_d}{\Delta t} (e[n] - e[n-1])$$

2. Геометрический алгоритм Pure Pursuit

Алгоритм Pure Pursuit («Чистое преследование») рассчитывает дугу окружности, которая плавно соединяет текущую позицию робота (x, y) с целевой точкой на траектории (x_g, y_g) , находящейся на фиксированном расстоянии упреждения (look-ahead distance) L_d [6].

Кривизна искомой траектории k (величина, обратная радиусу поворота R) геометрически вычисляется через локальное отклонение целевой точки от продольной оси робота x_s [6]:

$$k = \frac{2x_s}{L_d^2}$$

Следовательно, закон управления для формирования угловой скорости имеет вид [6]:

$$\omega_{PP} = v \cdot k = \frac{2v \cdot x_s}{L_d^2}$$

Основным варьируемым параметром математической модели здесь выступает расстояние L_d : при его уменьшении робот агрессивнее входит в повороты, но теряет стабильность, а при увеличении - сглаживает углы.

Результаты симуляции и экспериментов

Для оценки эффективности представленных алгоритмов было проведено математическое моделирование движения мобильного робота по тестовой криволинейной траектории, имитирующей условия скоростных

соревнований на «Robot.uz». Параметры моделируемой платформы соответствовали реальному физическому прототипу со следующими характеристиками: колесная база $L = 200$ мм, максимальная линейная скорость $v_{max} = 1.5$ м/с, частота дискретизации управляющего контроллера $f = 100$ Гц.

Основными критериями сравнения выступали среднеквадратичное отклонение от центра трассы (MSE) и максимальная динамическая ошибка (e_{max}) на участках с радиусом кривизны $R < 0.5$ м при различных скоростных режимах. Результаты численных экспериментов сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Сравнительные показатели точности слежения за траекторией

Линейная скорость (v , м/с)	Алгоритм управления	Макс. ошибка (e_{max} , мм)	Среднеквадратичное отклонение (MSE, мм)	Устойчивость на вираже
0.5 (Низкая)	PID-регулятор	12	4.2	Стабильно
	Pure Pursuit ($L_d = 0.25$ м)	18	6.5	Стабильно
1.0 (Средняя)	PID-регулятор	28	9.1	Автоколебания
	Pure Pursuit ($L_d = 0.25$ м)	22	7.2	Стабильно
1.5 (Высокая)	PID-регулятор	54	18.4	Сход с трассы
	Pure Pursuit ($L_d = 0.35$ м)	31	9.8	Стабильно

Визуализация полученных зависимостей представлена на рисунке 1.

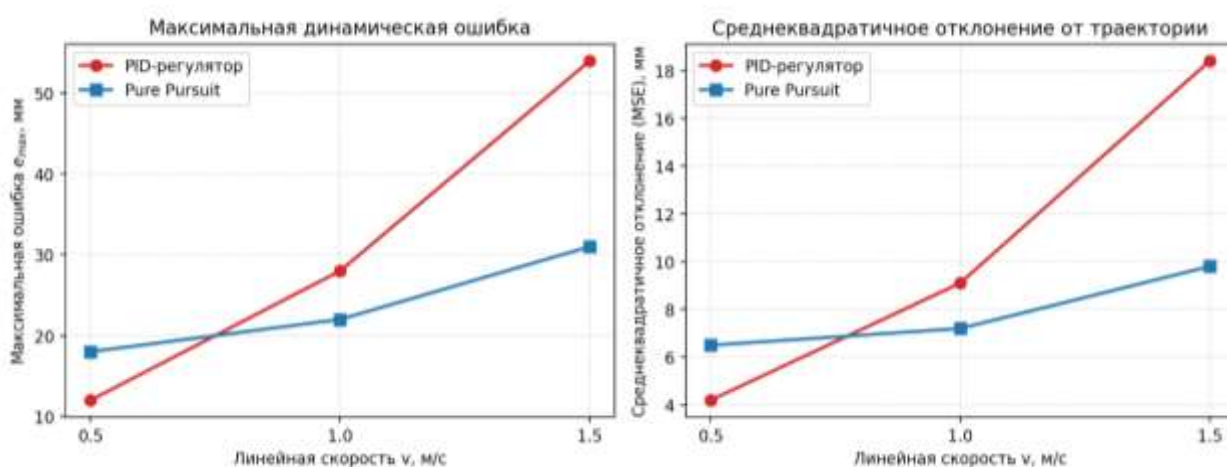
Рис. 1. Зависимость точности слежения за траекторией от скорости движения

Как видно из рисунка 1, при увеличении скорости с 0.5 до 1.5 м/с ошибка PID-регулятора возрастает нелинейно (в 4.5 раза), тогда как рост ошибки Pure Pursuit остаётся практически линейным. Анализ данных показывает, что при низких скоростях движения классический PID-регулятор обеспечивает более высокую точность за счёт быстрой пропорциональной реакции на текущее отклонение и компенсации накопленной ошибки интегральной составляющей [1]. Однако при переходе в режим скоростного маневрирования ($v > 1.0$ м/с) дифференциальная составляющая PID-регулятора перестаёт компенсировать задержки исполнительных механизмов, что приводит к возникновению автоколебаний и последующему сходу робота с траектории [3].

Алгоритм Pure Pursuit за счет упреждающего расчета геометрии поворота демонстрирует высокую плавность движения на максимальной скорости. Увеличение дистанции упреждения L_d до 0.35 м при росте скорости позволило снизить максимальную динамическую ошибку до 31 мм и сохранить устойчивость платформы на крутых виражах.

Заключение

В ходе выполненной работы была решена задача сравнительного анализа



алгоритмов траекторного управления мобильным роботом с дифференциальным приводом в условиях жестких ограничений по времени и скорости маневрирования [2, 4]. Построена математическая модель

кинематики платформы и формализованы законы дискретного регулирования [4, 5].

Экспериментально доказано, что для систем, работающих на предельных скоростях (в рамках регламентов робототехнических чемпионатов), геометрические методы управления типа Pure Pursuit обладают значительно большей робастной устойчивостью по сравнению с классическими разностными методами слежения [1, 6]. Полученные математические модели и алгоритмы настройки параметров могут быть использованы при проектировании более сложных беспилотных систем, а также для интеграции в алгоритмы управления на основе прогностических моделей (МРС).

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. - М.: Наука, 2002. - 303 с.
2. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы. -М.: Физматлит, 2003. - 288 с.
3. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. - СПб.: Наука, 2000. - 549 с.
4. Канатников А. Н., Крищенко А. П., Ткачев С. Б. Допустимые траектории мобильного робота // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Естественные науки». - 2012. - № 2. - С. 18–34.
5. Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э. Системы управления автономных колесных роботов. - СПб.: Наука, 2001. - 223 с.
6. Coulter R. C. Implementation of the Pure Pursuit Path Tracking Algorithm. - Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, Tech. Rep., 1992.
7. Варламова Л. П., Султанмурадов Б., Бобокулов А. Распределенная система мониторинга параметров окружающей среды // Development of Science. - 2026. - Vol. 2, Issue 6. - ISSN 3030-3907.