International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-13| Issue-9| 2025 Published: |22-09-2025|

TO'PLAMLARNING EKVIVALENTLIGIGA DOIR AYRIM MASALALARNI KANTOR-BERNSHTEYN TEOREMASI YORDAMIDA YECHISH USULLARI.

https://doi.org/10.5281/zenodo.17082418

M.M.Sulaymanov
Qo'qon DU matematika kafedrasi o'qituvchisi
L.H.Solijonov
Qo'qon DU matematika va informatika ta'lim yo'nalishi
3-bosqich talabasi

Annotatsiya.

Ushbu maqolada to'plamlarning ekvivalentligiga doir ayrim masalalarning Kantor-Bernshteyn teoremasi yordamida yechish usullari keltirilgan.

Аннотация.

В данной статье представлены методы решения некоторых задач, связанных с эквивалентностью множеств, с использованием теоремы Кантора-Берштейна.

Annotation.

This article presents methods for solving certain problems related to the equivalence of sets using the Cantor–Bernstein theorem.

1-ta'rif. Agar A va B to'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli munosabat mavjud bo'lsa, u holda bu to'plamlar ekvivalent yoki teng quvvatli to'plamlar deyiladi va A~B kabi belgilanadi.

2-ta'rif. Natural sonlar to'plami va unga ekvivalent bo'lgan to'plamlar sanoqli to'plamlar deyiladi. Sanoqli bo'lmagan cheksiz to'plam sanoqsiz to'plam deyiladi. Endi to'plamlar quvvatini solishtirish uchun muhim bo'lgan ba'zi teoremalarni keltiramiz:

1-teorema. Chekli yoki sanoqli to'plamlarning soni chekli yoki sanoqli yig'indisi ham chekli yoki sanoqli to'plamdir.

2-teorema. Agar A to'plam sanoqsiz bo'lib, B uning chekli yoki sanoqli qismi bo'lsa, u holda A\B to'plam A to'plamga ekvivalent bo'ladi.

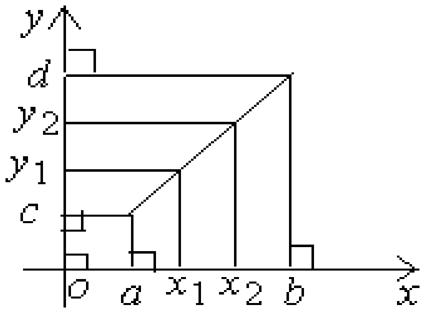
3-teorema (Kantor-Bernshteyn). Agar A va B to'plamlarning har biri ikkinchisining qismiga ekvivalent bo'lsa, u holda ular o'zaro ekvivalent bo'ladi.

1-misol. $[a,b] \backsim [c,d]$ $(a < b, c < d)$ ekanini ko'rsating.

Buning uchun (a,c) va (b,d) nuqtalardan oʻtuvchi toʻgʻri chiziq tenglamasini tuzing (1-rasm).

$$\frac{x-a}{b-a}=\frac{y-c}{d-c}\Rightarrow y=\frac{d-c}{b-a}(x-a)+c\Rightarrow y=\frac{d-c}{b-a}x+\frac{bc-da}{b-a}$$

Endi $\forall x_1,x_2\in[a,b]$ nuqtalarni olamiz. $[c,d]$ kesmada ularga mos keluvchi nuqtalar y_1,y_2 boʻlsin. U holda $y_1-y_2=\frac{d-c}{b-a}(x_1-x_2)$ boʻladi. Bunga koʻra agar $x_1\neq x_2$ boʻlsa, u holda $y_1\neq y_2$ boʻladi va aksincha, agar $y_1\neq y_2$ boʻlsa, $x_1\neq x$ boʻladi. Biz $[a,b]$ va $[c,d]$ kesmalar oʻrtasida bir qiymatli munosabat oʻrnatdik. Demak, $[a,b]\backsim[c,d]$ ekan.



1–rasm.

2-misol. $[0,1]\backsim(0,1)$ ekanini koʻrsating.

Buning uchun $x_n=\frac{1}{n}$ $(n=\overline{1,\infty})$ ketma-ketlikni olamiz va ushbu

$$\phi(x)=\begin{cases}x_{n+2}, x=x_n, n\in N, n\geq 2\\ \frac{1}{2}, x=1\\ x, x\neq x_n, x\neq 0, n\in N\\ \frac{1}{3}, x=0\end{cases}$$

funksiyani tuzib olamiz. Tuzilgan $\phi(x)$ funksiyasi $[0,1]$ segmentni $(0,1)$ oraliqqa oʻzaro bir qiymatli akslantiradi. Demak, $[0,1]\backsim(0,1)$ ekan.

3-misol. Koeffitsiyentlari ratsional sonlardan iborat boʻlgan barcha koʻphadlar toʻplami P sanoqli toʻplam ekanini koʻrsating.

Buning uchun darajasi n dan oshmaydigan ratsional koeffitsiyentli barcha koʻphadlar toʻplamini P_n bilan belgilaymiz:

$$P_n=\left\{f(x)=\sum_{k=0}^{n}a_kx^k, a_k\in Q, k=\overline{0,n}\right\}$$

P_n va Q^{n+1} toʻplamlar oʻrtasida bir qiymatli moslik oʻrnatamiz. P_n toʻplamdan ixtiyoriy $f(x)=\sum_{k=0}^{n}a_kx^k$ element olamiz. Ushbu $\phi(f)=(a_0,a_1,a_2,\dots,a_n)$ akslantirish P_n toʻplamni Q^{n+1} toʻplamga oʻzaro bir qiymatli akslantiradi. Chekli sondagi sanoqli toʻplamlarning Dekart koʻpaytmasi yana sanoqli toʻplam boʻlgani uchun Q^{n+1} sanoqli to‘plam bo‘ladi. Demak, P_n sanoqli to‘plam bo‘lgani uchun $P = \bigcup_{n=0}^{+\infty} P_n$ to‘plam ham sanoqli bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Abdullayev J.I., G`anixo`jayev R.N., Shermatov M.H., Egamberdiyev O.I. Funksional analiz. Toshkent-Samarqand, 2009. -424 b.
2. Ayupov Sh.A., Berdiqulov M.A., Turgunbayev R.M. Funksional analiz. T.: TDPU. 2008 y.-136 b.
3. Ayupov Sh.A., Berdiqulov M.A., Turgunbayev R.M. Matematik analiz (funksional analizga kirish). T.: TDPU. 2014 y.-126b.
4. Ayupov Sh.A., Ibragimov M.M., Kudaybergenov K.K. Funksional analizdan misol va masalalar. Nukus. “Bilim”- 2009 y. - 302 b.
5. G‘aybnazarov G., G‘aybnazarov O.G. Funktsional analiz kursidan masalalar yechish. T.: “Fan va texnologiya”, 2006.-114 b.